

TD de Physique 3
(Série 4)

Exercice 1

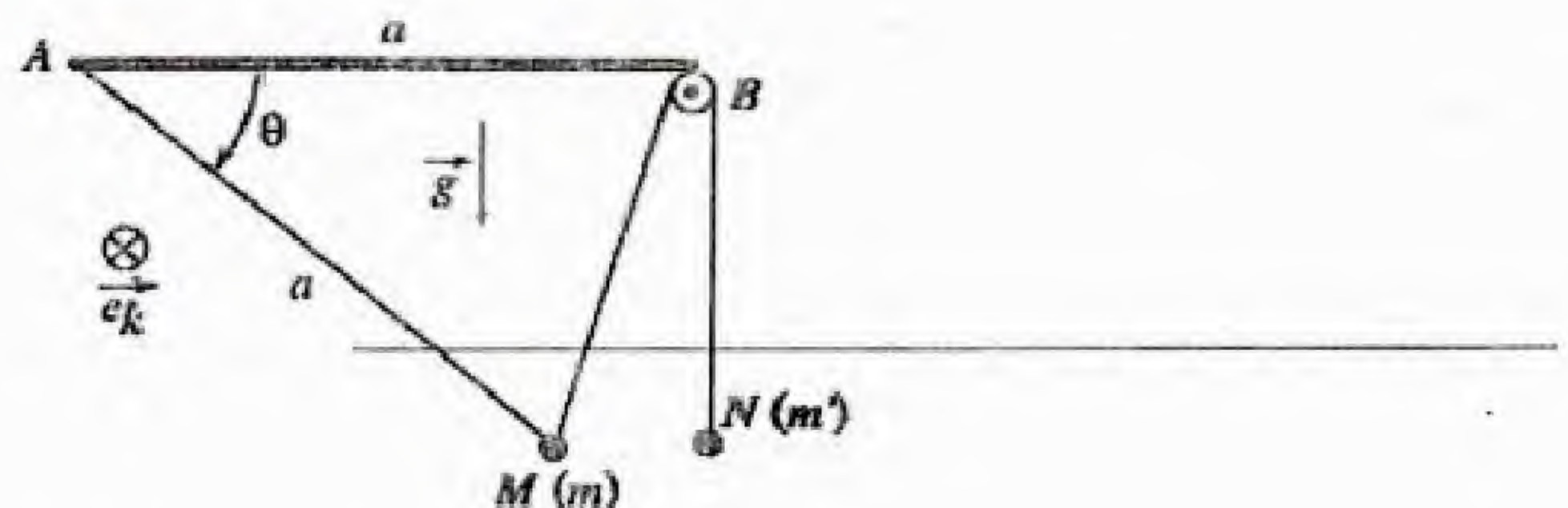
Une particule de masse m est bondonnée sans vitesse initiale sur un plan incliné d'un angle α par rapport à l'horizontale. On suppose qu'il y a des frottements entre la particule et le sol (k est le coefficient de frottement).

- 1- En utilisant le principe fondamental de la dynamique, Exprimer l'accélération de la particule en fonction de α .
- 2- Quelle condition doit-il vérifier α pour que la particule se mette en mouvement

Exercice 2

Soit un fil inextensible et sans masse, fixé en A à un support horizontal AB (de longueur a), et passant en B sur une poulie parfaite, de très petite dimensions.

En un point M, tel que $AM = a$, est fixée une masse ponctuelle m et, au bout du fil, est aussi accrochée une masse m' en N.



- 1) Etablir le bilan des forces qui s'exercent sur le point M
- 2) Exprimer leurs moments en A; le seul angle devant intervenir dans ces expressions sera : $\theta = (AB, AM)$

Exercice 3

Un projectile M de masse m est lancé dans un plan vertical Oyz avec une vitesse initiale \vec{V}_0 faisant un angle θ avec l'horizontal Oy. On supposera que le référentiel \mathcal{R} (Oxyz) lié à la terre est galiléen et que l'accélération \vec{g} de la pesanteur est constante. Le projectile est soumis à une force de frottement de la forme : $\vec{F} = -mk\vec{V}$ où k est une constante et \vec{V} la vitesse de M dans \mathcal{R} ($k \neq 0$).

- 1) Ecrire l'équation fondamentale de la dynamique et déduire les équations différentielles du mouvement.
- 2) Déterminer les équations horaires de mouvement.

Exercice 4

Un enfant esquimau joue sur le toit de son igloo. L'enfant se laisse glisser depuis le sommet S de l'igloo qui a la forme d'une demie-sphère de rayon R et de centre O . La position de l'enfant, assimilé à un point matériel M , de masse m , est repérée par l'angle $\theta = (\text{Oz}, \text{OM})$, (Oz) étant la verticale ascendante.

- 1- A partir de quelle position (repérée par l'angle θ_0), l'enfant perd-il le contact avec l'igloo (on néglige les frottements).
- 2- Quel est le mouvement ultérieur de l'enfant ? Quelle est sa vitesse quand il retombe sur le sol ?
Effectuer l'application numérique ($m = 30 \text{ Kg}$; $a = 2 \text{ m}$ et $g = 9.8 \text{ m/s}^2$).

Exercice 5

Un plateau horizontal P est animé d'un mouvement sinusoïdal vertical d'amplitude a et de fréquence f ($z(t) = a \cos(2\pi f t)$). Un point matériel M est posé sur le plateau P . Quelle condition doit vérifier la fréquence f pour que M ne quitte jamais P ? Etablir cette relation de deux façons différentes:

- En utilisant un référentiel galiléen.
- En utilisant un référentiel non galiléen.

Exercice 6

Un cylindre AOB de longueur $2a$ tourne à la vitesse angulaire w constante autour d'un axe vertical passant par O . Une bille est initialement au repos dans le cylindre à la distance b de O ($b < a$).

1. En supposant que la bille n'est soumise à aucune force de frottement, trouver la position et la vitesse de la bille à tout instant.
2. Déterminer le temps nécessaire à la bille pour qu'elle sorte du tube.

Devoir Libre

Exercice 7

Reprendre l'exercice précédent en supposant cette fois que le cylindre fait un angle α par rapport à l'axe de rotation.

1. En supposant que la bille n'est soumise à aucune force de frottement, trouver la position et la vitesse de la bille à tout instant.
2. Evaluer la réaction du cylindre sur la bille.

Série 4

Exercice 1:



$$4. \sum \vec{F}_{\text{ext}} = m \vec{a}$$

$$\vec{P} + \vec{R} = m \vec{a}$$

projection :

$$\begin{cases} P_x + R_T = m a \\ P_z + R_N = 0 \end{cases}$$

avec $\begin{cases} P_x = m g \sin \alpha \\ P_z = -m g \cos \alpha \end{cases}$

$$\begin{cases} m g \sin \alpha - R_T = m a \\ -m g \cos \alpha + R_N = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} R_N = m g \cos \alpha \\ a = g \sin \alpha - \frac{R_T}{m} \end{cases}$$

avec $k = \frac{R_T}{R_N}$

$$R_T = k \cdot R_N$$

$$R_T = k \cdot m \cdot g \cos \alpha$$

$$a = g \sin \alpha - k g \cos \alpha$$

$$a = g (\sin \alpha - k \cos \alpha)$$

2/- La condition qui doit être vérifiée par α :

$$\sin \alpha - k \cos \alpha > 0$$

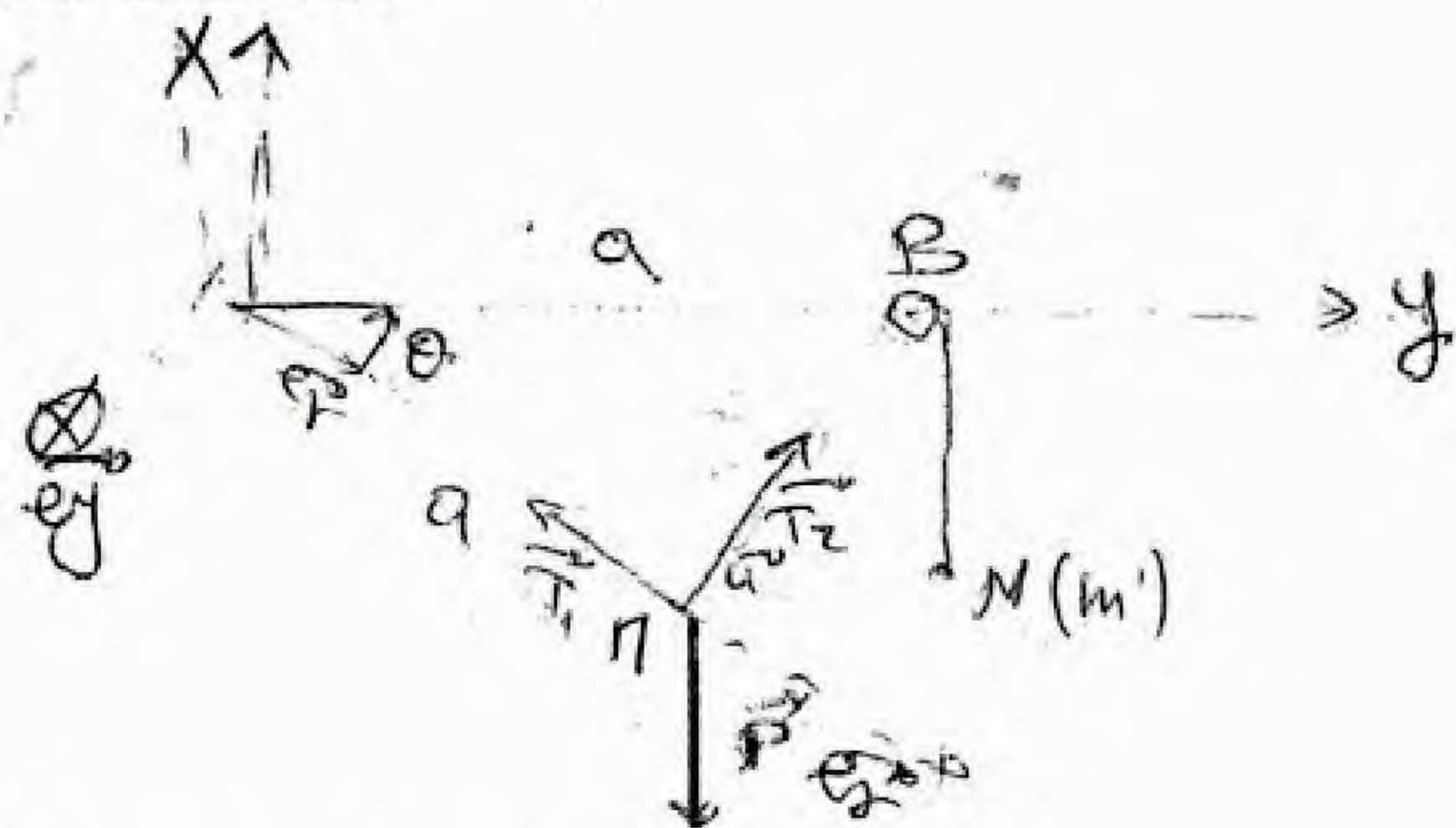
$$\sin \alpha > k \cos \alpha$$

$$k < \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$$

$$k < \tan \alpha$$

$$\alpha > \text{Arctan } k$$

Exercice 21



$$\vec{AM} = \|\vec{AM}\| \cdot \vec{e}_r$$

$$= a \cdot \vec{e}_r$$

4. Bilan des forces :

- Poids : $\vec{P} = -m'g \vec{e}_z$

- \vec{T}_1 : Tension du fil AM ($M \rightarrow A$)

$$\vec{T}_1 = -T_1 \vec{e}_r$$

- \vec{T}_2 : Tension du fil MB ($M \rightarrow B$)

$$\vec{T}_2 = T_2 \vec{u}$$

le fil étant tendu et la poulie étant parfaite.

le poids de la particule $N(m')$ est transmis en M :

$$\Rightarrow \|\vec{T}_2\| = m'g \Rightarrow \vec{T}_2 = m'g \vec{u}$$

$$21- \mathcal{M}_A(\vec{T}_1) = \vec{AM} \wedge \vec{T}_1 = \vec{0}$$

(car \vec{AM} et \vec{T}_1 sont colinéaires)

$$\mathcal{M}_A(\vec{P}) = \vec{AM} \wedge \vec{P}$$

$$= a \vec{e}_r \wedge (-m'g) \vec{e}_z$$

$$\mathcal{M}_A(P) = -m'g a \vec{e}_r \wedge \vec{e}_z$$

$$= m'g a \|\vec{e}_r \wedge (-\vec{e}_z)\| \cdot \vec{e}_\theta$$

$$= m'g a \sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) \vec{e}_\theta$$

$$= m'g a \cos \theta \vec{e}_\theta$$

autrement :

$$\vec{M}_A(\vec{P}) = \vec{AM} \wedge \vec{P}$$

$$\vec{P} = -mg \vec{e}_x$$

$$\vec{AM} = a \vec{e}_r = a (\cos \theta \vec{e}_y - \sin \theta \vec{e}_x)$$

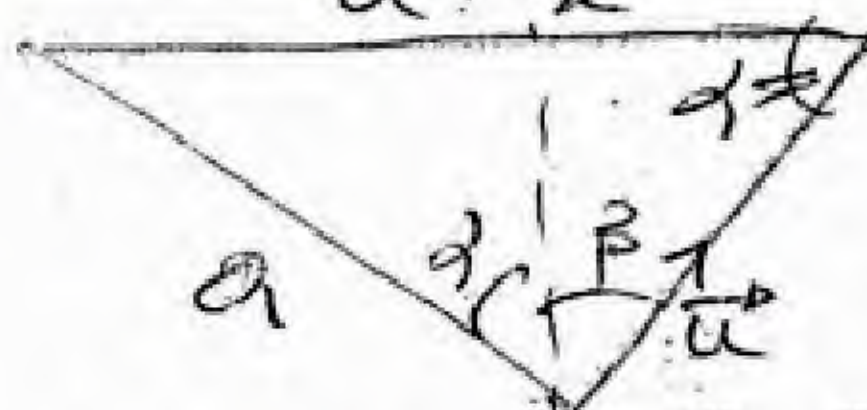
$$\vec{M}_A(\vec{P}) = -mg \vec{e}_x \wedge (a \cos \theta \vec{e}_y - a \sin \theta \vec{e}_x)$$

$$= m \cdot a \cdot g \cos \theta \vec{e}_z$$

$$\vec{M}_A(\vec{T}_2) = \vec{AM} \wedge \vec{T}_2$$

$$= a \vec{e}_r \wedge T_2 \vec{u}$$

on a : $\vec{e}_r = \sin \theta \vec{e}_x + \cos \theta \vec{e}_y$



$$\alpha = \frac{\pi - \theta}{2} = \frac{\pi}{2} - \frac{\theta}{2}$$

$$\beta = \frac{\pi}{2} - \left(\frac{\pi}{2} - \frac{\theta}{2} \right) = \frac{\theta}{2}$$

$$\vec{u} = \cos \frac{\theta}{2} \vec{e}_x + \sin \frac{\theta}{2} \vec{e}_y$$

$$\vec{M}_A(\vec{T}_2) = a \vec{e}_r \wedge T_2 \vec{u}$$

$$= a (-\sin \theta \vec{e}_x + \cos \theta \vec{e}_y) \wedge T_2 (\cos \frac{\theta}{2} \vec{e}_x + \sin \frac{\theta}{2} \vec{e}_y)$$

$$= (-a \sin \theta \times T_2 \sin \frac{\theta}{2}) \vec{e}_z - (a \cos \theta \times T_2 \cos \frac{\theta}{2}) \vec{e}_z$$

$$= -am'g (\sin \theta \sin \frac{\theta}{2} + \cos \theta \cos \frac{\theta}{2}) \vec{e}_z$$

$$= -am'g \left(\cos \left(\theta - \frac{\theta}{2} \right) \right) \vec{e}_z$$

$$= -am'g \cos \left(\frac{\theta}{2} \right) \vec{e}_z$$

Autrement :

$$\vec{M}_A(\vec{T}_2) = -am'g \cdot \vec{e}_r \wedge \vec{u}$$

$$= -am'g \|\vec{e}_r \wedge \vec{u}\| \cdot (-\vec{e}_z)$$

$$= am'g \sin(\vec{e}_r, \vec{u}) \vec{e}_z$$

Exercice 3 :

3

+ Réf. choisi :

$$R_g(0, x, y, z)$$

+ Bilan de forces: \vec{P}, \vec{F}

$$\text{On a : } m\vec{\gamma}_{R_g} = \sum \vec{F}_{\text{ext}}$$

$$m\vec{\gamma}_{R_g} = \vec{P} + \vec{F}$$

$$m\vec{\gamma}_{R_g} = -mg\vec{e}_z - mk\vec{v}$$

$$= -mg\vec{e}_z - mk(\dot{x}\vec{e}_x + \dot{y}\vec{e}_y + \dot{z}\vec{e}_z)$$

$$\Rightarrow \begin{pmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{z} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -k\dot{x} \\ -k\dot{y} \\ -g - k\dot{z} \end{pmatrix}$$

$$\begin{cases} \ddot{x} + k\dot{x} = 0 & (1) \\ \ddot{y} + k\dot{y} = 0 & (2) \\ \ddot{z} + g + k\dot{z} = 0 & (3) \end{cases}$$

$$(1) \Leftrightarrow \dot{V}_x + kV_x = 0$$

$$\frac{dV_x}{dt} = -kV_x$$

la solution est de la forme :

$$V_x(t) = A e^{-kt}$$

$$\text{à } t=0 \quad V_x(0) = A = 0$$

$$V_x(t) = 0 \Rightarrow x(t) = C$$

$$\text{Or } A \quad t=0 \quad x(0) = 0$$

$$x(t) = 0$$

$$\text{à } t=0 \quad \vec{V}_0 = V_0 \cos \theta \vec{e}_y + V_0 \sin \theta \vec{e}_z$$

$$(2) \Leftrightarrow \ddot{y} + k\dot{y} = 0$$

$$\dot{y} = V_y$$

$$\Rightarrow \dot{V}_y + kV_y = 0$$

la solution s'écrit sous la forme :

$$V_y = \lambda e^{-kt}$$

$$\text{À } t=0 \quad V_{y_0} = V_0 \cos \theta \Rightarrow \lambda = V_0 \cos \theta$$

$$\dot{y} = V_y = V_0 \cos \theta e^{-kt} + K$$

$$y(t) = -\frac{1}{k} V_0 \cos \theta e^{-kt} + C$$

$$\text{À } t=0 \quad y(0) = 0 \Rightarrow C = \frac{1}{k} \cos \theta V_0$$

$$\Rightarrow y(t) = -\frac{1}{k} V_0 \cos \theta e^{-kt} + \frac{1}{k} V_0 \cos \theta$$

$$y(t) = \frac{1}{k} V_0 \cos \theta (1 - e^{-kt})$$

$$(3) \Leftrightarrow \ddot{z} + k \dot{z} = -g$$

$$\text{ESSM : } \ddot{z} + k \dot{z} = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{dV_z}{dt} + k V_z = 0$$

$$\Rightarrow V_z(t) = a e^{-\int k dt} = a e^{-kt}$$

$$\text{On } a : \dot{a} = \frac{-g}{e^{-kt}} = -g e^{kt}$$

$$\Rightarrow a = -\int g e^{kt} e^{-kt} = -g e^{kt} \cdot \frac{1}{k}$$

$$\Rightarrow V_z(t) = \frac{-g}{k} + a e^{-kt}$$

$$\text{On } a : V_z(0) = V_0 \sin \theta$$

$$= a - \frac{g}{k}$$

$$\Rightarrow a = V_0 \sin \theta + \frac{g}{k}$$

$$\Rightarrow V_z(t) = -\frac{g}{k} + \left(V_0 \sin \theta + \frac{g}{k} \right) e^{-kt}$$

$$\Rightarrow z(t) = -\frac{g}{k} t - \left(\frac{V_0 \sin \theta}{k} + \frac{g}{k^2} \right) e^{-kt} + C$$

$$\text{avec } z(0) = 0$$

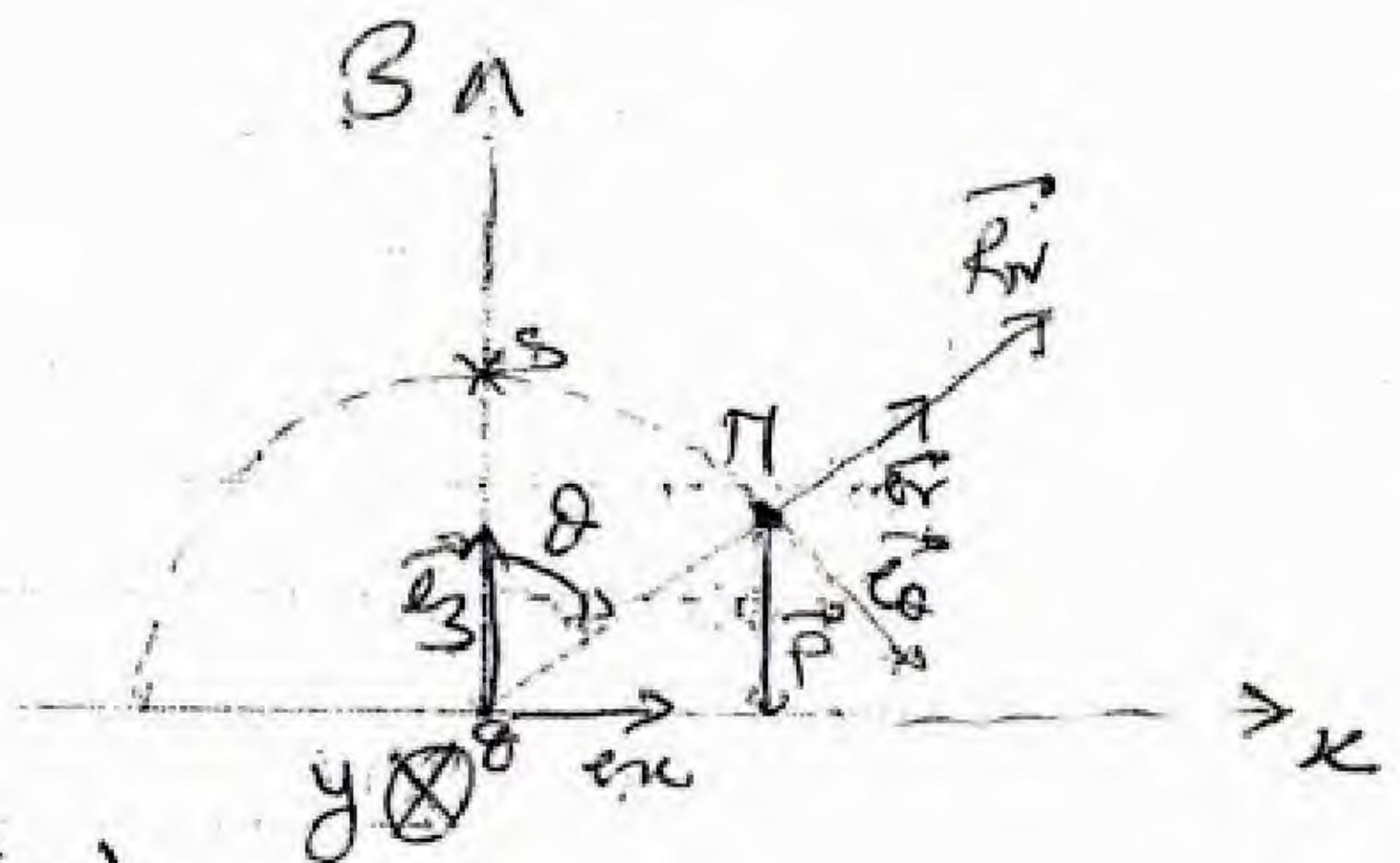
$$z(0) = -\left(\frac{V_0 \sin \theta}{k} + \frac{g}{k^2} \right) + C = 0$$

$$\Rightarrow C = \frac{V_0 \sin \theta}{k} + \frac{g}{k^2}$$

$$\Rightarrow z(t) = -\frac{g}{k} t - \left(\frac{V_0 \sin \theta}{k} + \frac{g}{k^2} \right) e^{-kt} + \frac{V_0 \sin \theta}{k} + \frac{g}{k^2}$$

$$= \left(\frac{V_0 \sin \theta}{k} + \frac{g}{k^2} \right) (1 - e^{-kt}) - \frac{g}{k} t$$

Ex4:



$$\theta = (\hat{OZ}, \hat{OM})$$

Bilan des forces : \vec{P} , \vec{R}

$$\vec{P} = -m \cdot g \cdot \vec{e}_z$$

$$\vec{R} = \vec{R}_T + \vec{R}_N$$

frottement négligeable $\Rightarrow \vec{R}_T = \vec{0}$

$$\vec{R} = \vec{R}_N = R_N \cdot \vec{e}_r$$

$$\text{On a } \vec{e}_z = \cos \theta \cdot \vec{e}_r - \sin \theta \cdot \vec{e}_\theta$$

$$\vec{P} = -mg \cos \theta \cdot \vec{e}_r + mg \sin \theta \cdot \vec{e}_\theta$$

Dans les coordonnées polaires ; on a :

$$\vec{OM} = R \cdot \vec{e}_r$$

$$\Rightarrow \vec{V} = \dot{R} \cdot \vec{e}_r + R \dot{\theta} \cdot \vec{e}_\theta = R \dot{\theta} \cdot \vec{e}_\theta$$

$$\Rightarrow \vec{\gamma} = R \ddot{\theta} \cdot \vec{e}_\theta - R (\dot{\theta})^2 \cdot \vec{e}_r$$

$$\text{PFD} \Leftrightarrow \begin{cases} R_N - mg \cos \theta = -m R (\dot{\theta})^2 \quad (\text{Proj}/\vec{e}_r) \\ mg \sin \theta = m R \ddot{\theta} \quad (\text{Proj}/\vec{e}_\theta) \end{cases}$$

On cherche R_N en fonction de θ .

\Rightarrow cherchons $(\dot{\theta})^2$:

$$(2) \Leftrightarrow m g \sin \theta = m R \ddot{\theta}$$

$$\Leftrightarrow m g \sin \theta \cdot \dot{\theta} = m \cdot R \ddot{\theta} \cdot \dot{\theta}$$

$$mg \frac{d}{dt} (-\cos \theta) = m R \cdot \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} (\dot{\theta})^2 \right)$$

$$\frac{d}{dt} (-mg \cos \theta) = \frac{d}{dt} \left(\frac{m R (\dot{\theta})^2}{2} \right)$$

$$-mg \sin \theta = m R (\dot{\theta})^2 + \text{cte}$$

$$\text{à } t=0, \theta=0, -mg = \text{cte}$$

$$-mg \cos \theta = m \frac{R}{2} (\dot{\theta})^2 - mg$$

$$2mg(1 - \cos\theta) = mR(\dot{\theta})^2$$

On remplace sur l'expression de R_N

$$R_N = mg \cos\theta - 2mg(1 - \cos\theta) = 3mg \cos\theta - 2mg$$

Lorsque t_1 quitte l'igloo $R_N = 0$

$$\text{donc } 3 \cos\theta - 2 = 0$$

$$\cos\theta = \frac{2}{3} \Rightarrow \theta = \theta_0 = 48^\circ$$

PFD

$$\sum \vec{F}_{\text{ext}} = m\vec{\gamma}$$

$$\vec{P} = m\vec{\gamma}$$

$$\text{et } \vec{P} = -mg\vec{e}_z$$

$$\text{système cartésien : } \vec{\gamma} = \gamma_x \vec{e}_x + \gamma_y \vec{e}_y + \gamma_z \vec{e}_z$$

$$\text{PED} \Rightarrow \begin{cases} \gamma_x = 0 \\ \gamma_y = 0 \\ \gamma_z = -g \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} V_x = C_1 = V_{x_0} \\ V_y = C_2 = V_{y_0} \\ V_z = -gt + C_3 = -gt + V_{z_0} \end{cases}$$

l'instant initial est où l'enfant quitte l'igloo.

$$\vec{OM}_0 = \frac{R \sin\theta}{x_0} \vec{e}_x + \frac{R \cos\theta}{z_0} \vec{e}_z$$

$$\vec{V}_0 = R \dot{\theta}_0 \vec{e}_\theta$$

$$\vec{e}_\theta = -\sin\theta \vec{e}_z + \cos\theta \vec{e}_x$$

$$\dot{\theta}_0 = ?$$

d'après (1) :

$$mR(\dot{\theta})^2 = 2mg(1 - \cos\theta)$$

$$\dot{\theta} = \sqrt{\frac{2g}{R}(1 - \cos\theta)}$$

$$\Rightarrow \dot{\theta}_0 = \dot{\theta}(\theta = \theta_0) = \sqrt{\frac{2g}{3R}}$$

$$\vec{V}_0 = \sqrt{\frac{2gR}{3}} (\cos \theta_0 \vec{e}_x - \sin \theta_0 \vec{e}_z)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} V_{0x} = \sqrt{\frac{2gR}{3}} \cos \theta_0 \\ V_{0y} = 0 \\ V_{0z} = -\sqrt{\frac{2gR}{3}} \sin \theta_0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow x(t) = V_{0x} t + x_0$$

$$y(t) = 0$$

$$z(t) = -\frac{1}{2} g t^2 + V_{0z} t + z_0$$

$$\Rightarrow z = f(x) \Rightarrow \text{le mvt est parabolique}$$

$$z(t) = 0$$

$$\Leftrightarrow -\frac{1}{2} g t^2 + V_{0z} t + z_0 + z_0 = 0$$

$$\Delta = V_{0z}^2 - 4 \times -\frac{1}{2} g z_0$$

$$t = \frac{V_{0z} \pm \sqrt{V_{0z}^2 + 2g z_0}}{g}$$

$$\text{On prend : } t_f = \frac{V_{0z} + \sqrt{V_{0z}^2 + 2g z_0}}{g}$$

$$\text{on remplace ds : } \begin{cases} V_x = V_{x0} \\ V_z = -g t_f + V_{0z} \end{cases}$$

$$z_0 = 1,33 \text{ m}$$

$$V_{0z} = -2,69 \text{ m/s}$$

$$V_{0x} = 2,41 \text{ m/s}$$

$$\Rightarrow t_f = 0,315 \text{ s}$$

$$\Rightarrow \vec{V} = 2,41 \vec{e}_x - 5,77 \vec{e}_z$$

$$\|\vec{V}\| = \sqrt{39,14} = 6,25 \text{ m/s}$$

Ex 5:

$z(t) = a \cos \omega t$: c'est l'éq.
horaire du mvt de tout pt du plateau P.

* réf. galiléen : Réf. lié au sol

Bilan des forces : \vec{P}, \vec{R}

$$\vec{P} = -mg \vec{e}_z$$

$$\vec{R} = R_N \vec{e}_z$$

P.F.D : $\vec{P} + \vec{R}_N = m \vec{\gamma}_{Rg}(M)$

$$z(t) = a \cos(2\pi f t) \vec{e}_z$$

$$\dot{z} = \frac{dz}{dt} = -a 2\pi f \sin(2\pi f t) \vec{e}_z$$

$$\ddot{z}(t) = -a 4\pi^2 f^2 \cos(2\pi f t) \vec{e}_z$$

$$\Rightarrow -mg \vec{e}_z + R_N \vec{e}_z = -m z \omega^2 \vec{e}_z$$

$$\Rightarrow R_N - mg = -z m \omega^2$$

$$\Rightarrow R_N = m(g - z\omega^2)$$

Pour que M ne quitte pas P on doit avoir

$$R_N > 0$$

$$m(g - z\omega^2) > 0$$

$$\Rightarrow g - z\omega^2 > 0$$

$$z\omega^2 < g$$

$$\omega^2 < \frac{g}{z}$$

la valeur maximale de z

$$\text{On } z_{\max} = a$$

$$\omega^2 < \frac{g}{a} \Rightarrow f < \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{a}}$$

* Réf. non galiléen : lié au plateau

P.F.D / R'

$$m \vec{\gamma}_{R'}(M) = \vec{P} + \vec{R}_N + \vec{f}_{ie} + \vec{f}_{ic}$$

$$* \vec{\gamma}_{R'}(M)$$

$$\vec{V}_{R'}(M) = 0 \Rightarrow \vec{\gamma}_{R'}(M) = 0$$

$$\vec{f}_{ic} = 0$$

$$\vec{f}_{ie} = -m \vec{\gamma}_e(M) = -m \vec{\gamma}_a(O') \quad \left(\omega_{R/R} = 0 \right) \quad \left(\begin{array}{l} \text{pas de rot} \\ \text{du plateau} \end{array} \right)$$

(car O' est lié au plateau).

$$\vec{P} + \vec{R}_N - m \ddot{z} \vec{e}_z = 0$$

$$-mg \vec{e}_z + R_N \vec{e}_z - m \ddot{z} \vec{e}_z = 0$$

Donc : $-mg + R_N + m\omega^2 z(t) = 0$
 même expression trouvée précédemment

Ex 6.

$R_g(O, x, y, z)$: lié au sol

$R'(O', x', y', z')$: réf. mobile

lié au cylindre

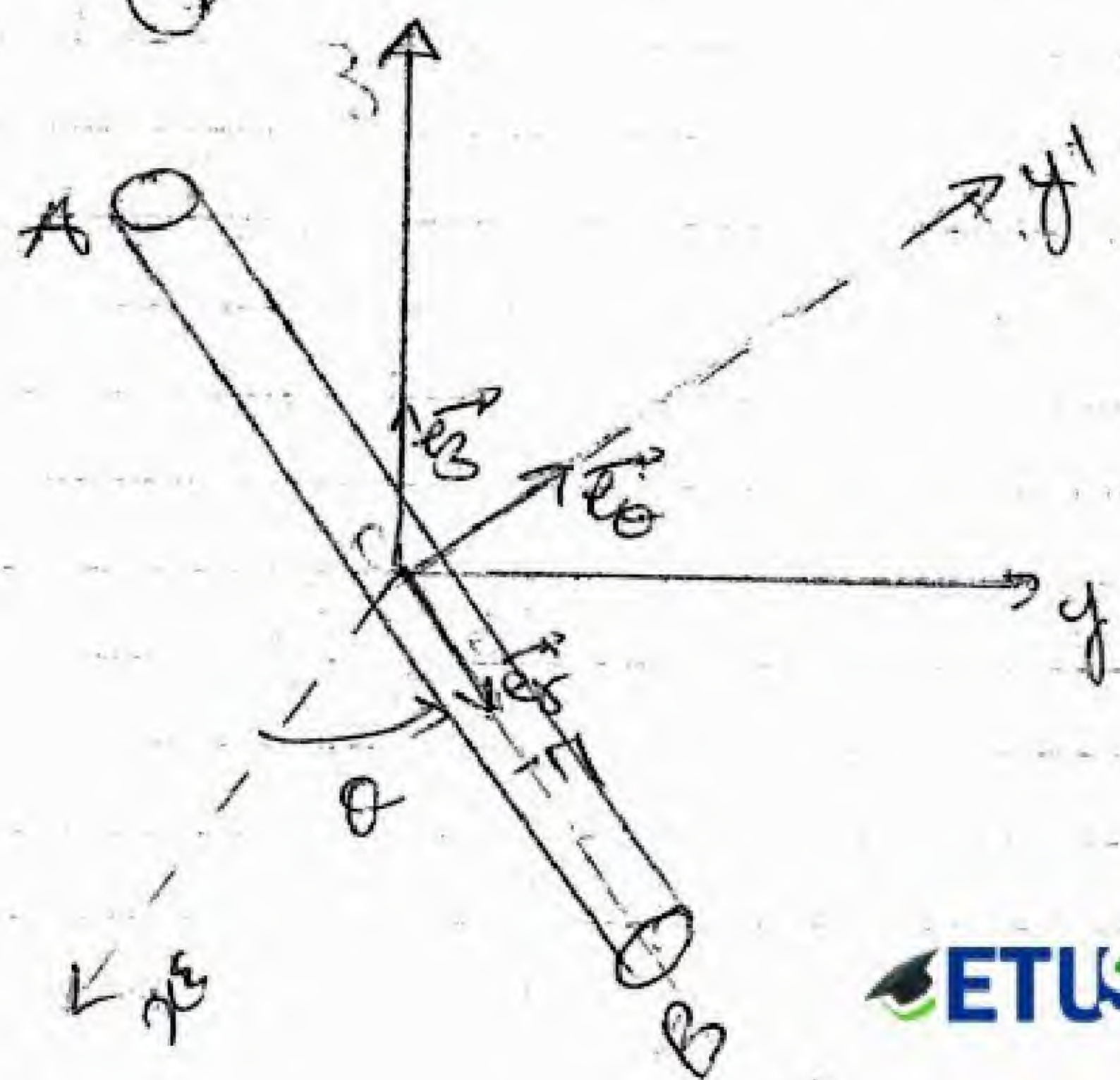
On a choisi l'axe de cylindre
 est l'axe (Ox')

à $t=0$



à $t \neq 0$

(Oxy) est un
 plan horizontal



+ Bilan des forces : \vec{P}, \vec{R}

$$\vec{P} = -mg \vec{e}_z$$

$$\vec{R} = \vec{R}_T + \vec{R}_N = \vec{R}_N \quad (\vec{R}_T = \vec{0})$$

Puisque $\vec{R}_N \perp$ cylindre

$$\Rightarrow \vec{R}_N \perp OX'$$

$$\text{En général : } \vec{R}_N = R_{N_{x'}} \vec{e}_{x'} + R_{N_{y'}} \vec{e}_{y'} + R_{N_z} \vec{e}_z$$

dans notre cas : $R_{N_{x'}} = 0$

$$\vec{R}_N = R_{N_{y'}} \vec{e}_{y'} + R_{N_z} \vec{e}_z$$

PFD / R' :

$$m \vec{\gamma}_{R'}(\Pi) = \vec{P} + \vec{R}_N + \vec{f}_{ie} + \vec{f}_{ic}$$

$$\vec{f}_{ie} = -m \vec{\gamma}_e$$

$$\vec{f}_{ic} = -m \vec{\gamma}_c$$

$$* \vec{OM} = r \vec{e}_r \rightarrow \vec{V}_r = \dot{r} \vec{e}_r$$

$$\vec{\gamma}_{R'} = \ddot{r} \vec{e}_r \quad (\vec{e}_r \text{ est fixe } / R')$$

$$\vec{\gamma}_e = \vec{\gamma}_R(\theta) + \frac{d\vec{\Omega}_{R'/R}}{dt} \wedge \vec{OM} + \vec{\Omega}_{R'/R} \wedge (\vec{\Omega}_{R'/R} \wedge \vec{OM})$$

$$\vec{\gamma}_R(\theta) = \vec{0} \quad (\theta \equiv \theta')$$

$$\vec{\Omega}_{R'/R} = \omega \vec{e}_z \quad \text{puisque } \omega = \text{cte} \Rightarrow \frac{d\vec{\Omega}_{R'/R}}{dt} = \vec{0}$$

$$\vec{\gamma}_e = \vec{\Omega}_{R'/R} \wedge (\vec{\Omega}_{R'/R} \wedge \vec{OM})$$

$$= \omega \vec{e}_z \wedge (\omega \vec{e}_z \wedge r \vec{e}_r)$$

$$\vec{\gamma}_e = -r \omega^2 \vec{e}_r$$

$$\vec{f}_{ie} = mr \omega^2 \vec{e}_r$$

$$\vec{\gamma}_c = 2 \vec{\Omega}_{R'/R} \wedge \vec{V}_r = 2\omega \vec{e}_z \wedge \dot{r} \vec{e}_r$$

$$\vec{\gamma}_c = 2\dot{r} \omega \vec{e}_\theta \Rightarrow \vec{f}_{ic} = -2m\dot{r} \omega \vec{e}_\theta$$

$$m\ddot{r} \vec{e}_r = -m \cdot g \vec{e}_z + R_{N_{y'}} \vec{e}_{y'} + R_{N_z} \vec{e}_z + mr \omega^2 \vec{e}_r - 2m\dot{r} \omega \vec{e}_\theta$$

$$\begin{cases} m\ddot{r} = m \cdot r \cdot \omega^2 & (1) \\ R_{N_{y'}} = 2m\dot{r} \omega & (2) \\ R_{N_z} = m \cdot g & (3) \end{cases}$$

$$① \Leftrightarrow \ddot{r} - r\omega^2 = 0$$

La solution est de type : $r = A e^{-\omega t} + B e^{\omega t}$

$$\text{à } t=0 \Rightarrow r(0) = b \text{ et } \dot{r}(0) = 0$$

$$\text{On a : } \dot{r} = -A\omega e^{-\omega t} + B\omega e^{\omega t}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} A + B = b \\ -A + B = 0 \end{cases} \Rightarrow A = B = \frac{b}{2}$$

$$r(t) = \frac{b}{2} e^{-\omega t} + \frac{b}{2} e^{\omega t}$$

$$r(t) = b \operatorname{ch}(\omega t)$$

2) - l'instant où la particule sort du tube c'est quand : $r = a$

$$\Rightarrow t = \operatorname{argch}\left(\frac{b}{a}\right) \cdot \frac{1}{\omega}$$



ETU SUP.com

Programmation
Cours
Electricité
Physique
Résumés
Analyse
Livres
Exercices
Contrôles Continus
Langues
Thermodynamique
Multimedia
Divers
Economie
Chimie Organique
Informatique
Optique
Diapo
Chimie
Corrigés
Algèbre
Mathématiques
Mécanique
Travaux Pratiques
Droit

et encore plus..